

Tema: Zbatime te kuptimit te njehsimit limit per perlogaritjen ose konstantes π

1. Kuptimi I njehsimit limit
2. Teorema e Vajeshtrausit
3. Njohuri baze n-kendeshin e rregullt brendashruar rrethit

Synimi: Zhvillimi I aftesimit te te menduarit, e te vepruarit logjik e krijues, njohjes dhe zbatimit te teoremave te famshme te analizes matematike nga situate te zakonshme.

Objektivat: Pergjat gjetjes ne menyre te perafert te shpreh dhe te demostroje aftesi ne:

1. Formulimin dhe interpretimin e Vajeshtrausit
2. Te pershkruaj ne menyre praktike gjetjen e gjatesise se rrethit me ndihmen e metodes se Arkimedit
3. Te nxjerr perfundime analitike mbi raportin e perimetrave te dy rrateve me ane te dy rrezeve perkatese te tyre
4. Te nxjerr perfundime analitike te raportit te perimetrave te rrethit me diametrat e tyre me metoden e krahasimit mbi tendencen e matjeve

Fjalet kyce: Limit vargu, metod krahasimi, kufizueshmeri vargu, teorema Vajeshtrausit.

Punoi: Paolo Pelivani, Kleo Laci, Mario Kurtaj

Metoda e Arkimedit

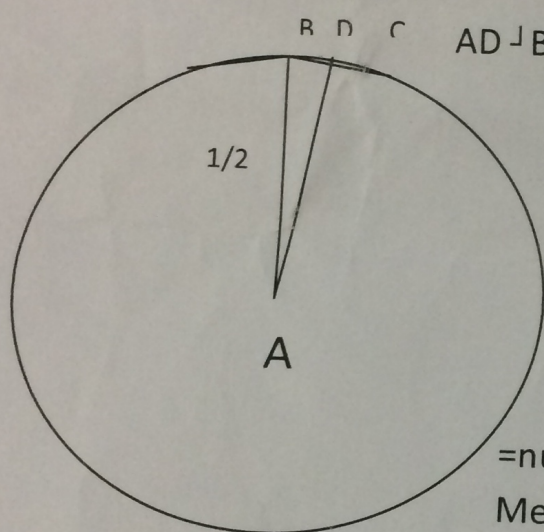
Gjetja e π me metoden e Arkimedit

$$P = n \cdot \sin(180/n)$$

Ku n është një numër natyror dhe me rritjen e saj rritet dhe afërsia me numrin π .

Praktika:

Ne fillim krijojmë një rreth me rreze r . Perimetri i tij është $2\pi r$ dhe nëq $r=1/2$ atëherë perimetri i tij është π . Në rreth brendashkruajmë një n -këndësh, ku me rritjen e n -se rritet dhe afërsia e n -këndëshit me formën e rrethit.



$AD \perp BC$ ku BC brinja e n -këndëshit dhe $BD = DC$

ABD trekëndësh kënddrejtë ku
 $DC=a$ $DA=b$ dhe $AB=r=1/2=c$

$\sin \alpha = BD/AB \rightarrow \sin \alpha = 2a$.Duke parë një
brinjë të n -këndëshit $BC=BD+DC=2a \rightarrow$

$BC = \sin \alpha$. Perimetri i një n -këndëshi është
= numri i brinjëve * gjatësia e brinjës pra $n \cdot BC$.
Meqë $BC = \sin \alpha$ atëherë $P = n \cdot \sin \alpha$.

Per të gjetur α ne thjesht duhet të gjejmë këndin përballë çdo brinje i cili është i barabartë me $360/n$ ku $\alpha = \frac{1}{2} \cdot 360/n$ nga ku del se $\alpha = 180/n$. Pra gjatësia e rrethit sipas Arkimedit ishte $n \cdot \sin(180/n)$.

Duke parë këto rreth shohim se sado të jete rrezja e tij raporti i perimetrit të tij me diametrin e tij do të dale gjithmonë π pra : $2\pi r / 2r = \pi$.

Duke i dhënë një shifer të caktuar rrezeve të dy rratheve shohim në përfundim se raporti i perimetrave të tyre është i barabartë me raportin e rrezeve të tyre pra $2\pi r_1 / 2\pi r_2 = r_1 / r_2$.

Metodat e njehsimit te numrit π

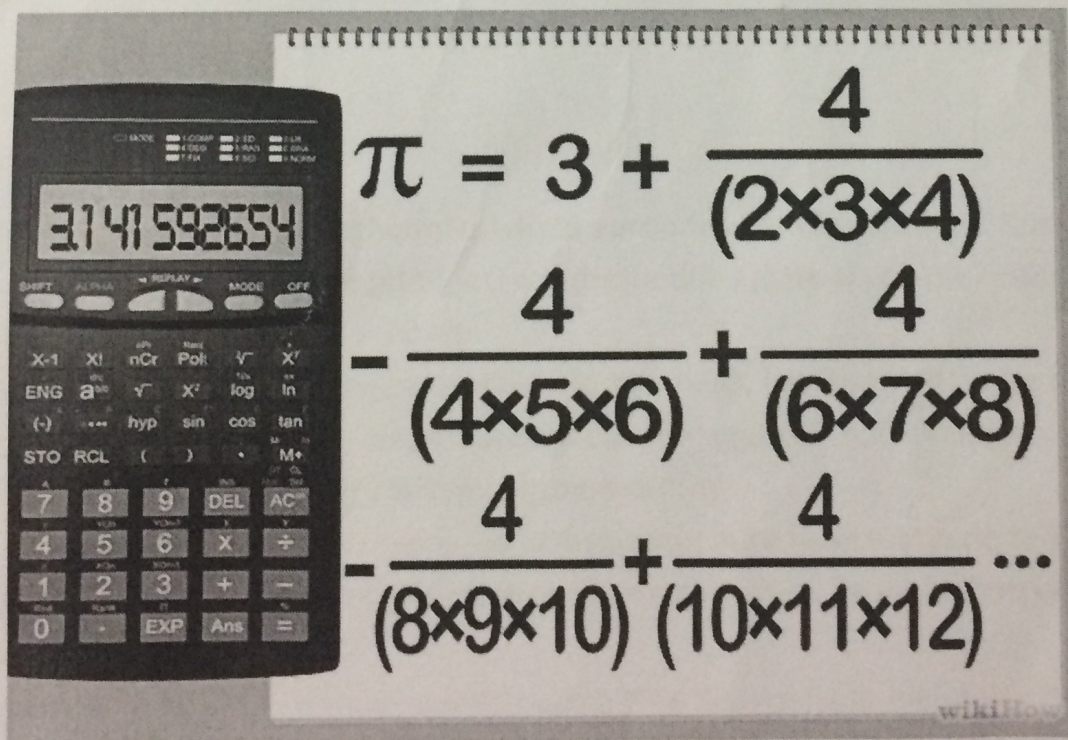
1. Seria e Gregory-Leibniz

Matematicienet kane gjetur seri te ndryshme te cilat nese vazhdojne pafundesisht do t'i perafrohen numrit π ne menyre te pabesueshme me shume shifra pas presjes. Nje pjese e mire e ketyre serive jane aq te nderlikuara saqe edhe superkompjuterat nuk jane te afte te kryejne keto llogaritje. Gjithsesi nje nga me te thjeshtat eshte Seria e Gregory – Leibniz . Edhe psejo plotesisht efikase kjo seri l afrohet shume numrit pi . Formula eshte si me poshte :

Marrim numrin 4 dhe l zbresim numrin 4/3. Me pas l shtojme numrin 4/5 . Vazhdojme ne te njejten menyre duke alternuar zbritjen dhe mbledhjen te thyesave 4/5+numer cift . Sa me shume ta vazhdosh aq me shume do te perafrohet numri π .

$$\bullet \pi = (4/1) - (4/3) + (4/5) - (4/7) + (4/9) - (4/11) + (4/13) - (4/15) + (4/17) - (4/19)$$

2. Seria Nilakantha



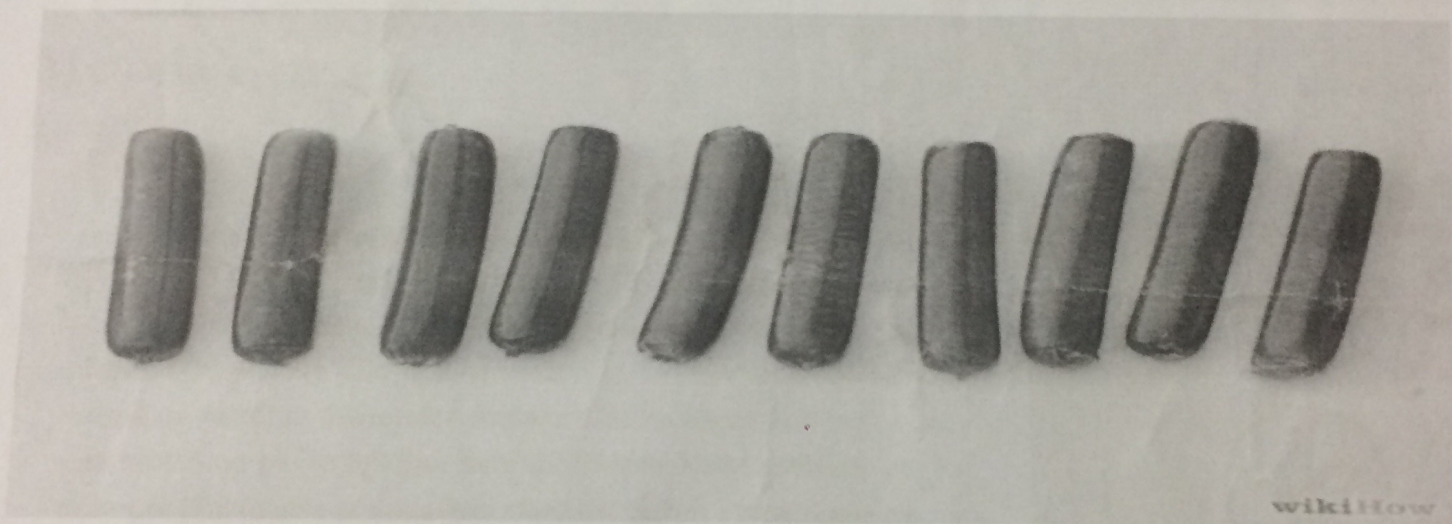
The image shows a calculator on the left with the value 3.141592654 displayed on its screen. To the right of the calculator is a diagram of the Nilakantha series for pi, written on a spiral notebook. The series is represented as a sum of terms, each consisting of a numerator of 4 and a denominator that is the product of three consecutive integers. The terms are: $3 + \frac{4}{(2 \times 3 \times 4)}$, $-\frac{4}{(4 \times 5 \times 6)}$, $+\frac{4}{(6 \times 7 \times 8)}$, $-\frac{4}{(8 \times 9 \times 10)}$, $+\frac{4}{(10 \times 11 \times 12)}$, and so on. The diagram is enclosed in a rectangular frame with a spiral binding on the left side. The word 'wikiflow' is visible in the bottom right corner of the frame.

Seria Nilakantha eshte nje tjeter seri e pafundme qe perdoret per te njehsuar numrin pi perafersisht. Edhe pse eshte paksa me e komplikuar e njehson numrin pi pak me shpejt se metoda me siper . Formula eshte si me poshte .

$$\pi = 3 + 4/(2*3*4) - 4/(4*5*6) + 4/(6*7*8) - 4/(8*9*10) + 4/(10*11*12) - (4/(12*13*14) \dots$$

Per kete formule marrim 3 numra te njepasnjeshem dhe fillojm te alternojm duke shtuar ose zbritur thyesa te formuar nga numeruesi 4 dhe emruesi qe perbehet nga prodhimi i ketyre numrave . Kushti eshte qe 3shja pasardhese fillon me numrin me te madh te asaj paraardhese.

3. Metoda e hedhjes se salciceve (hotdogeve) te ngrira.



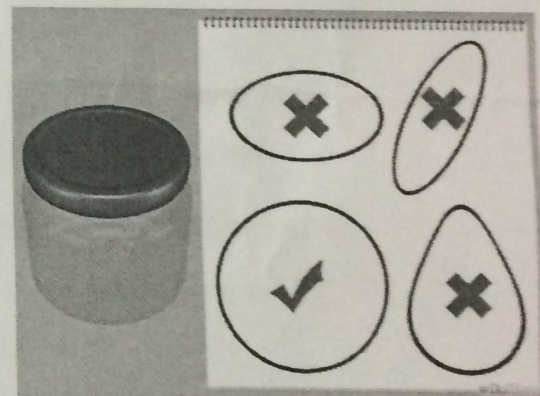
1. Si fillim zgjedhim nje lloj ushqimi qe do ta eprdorim per eksperiment. Kushtet qe duhen plotesuar jane qe duhet te jete I forte , I drejte dhe I gjate si psh nje hotdog. I ngrire. Duhet te jete I gjate nga 15-20 cm .
2. Zgjidhni nje vend qe do ta perdorni per eksperiment. Nje ambient I mire do te ishte kuzhina me pllaka katrore. Hapesira duhet te jete nga 160-300 cm e gjate.
3. Pastroni mjedisin ku do te zhvilloni eksperimentin.
4. MATni hotdogun qe do perdorni. Do ishte shume mire nese matja do te sihte shume e sakte pasi dhe rezultati do ti perafrohet shume numrit pi. Te gjitha hotdoget duhet te jene te te njejtes gjatesi
5. Shenoni disa vija paralele ne hapesire qe te jene ne largesi te njejta nga njera tjetra sa gjatesia e hotdgut. Vijat duhet te jene pingule me drejtimin qe do te beni hedhjet.

6. Ne nje leter shenoni nje tabele ku ne njerën kolone shenoni (hedhjet) ku do te beni nje vije sa here qe do te hidhni nje hotdog. Te tjetra do te shenoni (kryqezim) dhe do te beni nje vije sa here qe hotdogu do ti preke vijat ne menyre direkte pa kercyer.
7. Vendosuni ne pozicion dhe hidhni hotdoget. Kur te mbaroni mblidhni prap dhe hidhni perseri nga I njejtë pozicion. Perseriteni kete gje sa here te doni. Kur te beni rreth 200 hidhje do te fillojne te shfaqen disa rezultate shume interesante.
8. Kur te mbaroni pjesetoni numrin e kryqezimeve me 2. Dhe me pas numrin e hedhjeve e pjesetoni me kete numer. Pra nese kemi 300 hedhje dhe 191 kryqezime. Kryeni veprimin $300 / (191/2)$ dhe do te mahniteni nga rezultati I cili I afrohet shume pi-se.

Given:
 Tossed: - 300
 Crossed - 191
 $= (2 / \text{crossed}) \text{ Tossed}$
 $= (2 / 191) 300$
 $= .010 \times 300$
 $= 3.14$

Metoda e rrethit

- **Duhet te perdoret rrethi I duhur.** Kjo metod nuk do te bente pune me nje forme elipsi, ne nje forme ovale apo ne ndonje forme tjeter pervec se ne nje rreth. Nje rreth eshte percaktuar ndryshe si te gjitha pikat e nje avioni te cilat te jene me largesi te barabarte nga nje pike e vetme qe ndodhet ne qender. Kapaku dhe kavanozi jane te pershtatshme per te zgjidhur kete ushtrim ne kushte shëpie. Ju duhet te jeni te afte te llogarisni afersisht vleren e π -se sepse ne menyre qe te kete rezultate sa me te sakta te π -se, ju duhet te perdorni shifra sa me ekzakte.



- **Matja e perimetrit te rrethit sa me sakta te jete e mundur.** Perimetri eshte gjatesia e te gjithë vijes se rrethit dhe per kete arsye ajo eshte shume e veshtire per tu matur prandaj edhe π eshte e rendesishme

- **Masim diametrin e rrethit.** Diametri eshte bashkimi I dy pikave te rrethit e cila kalon nga qendra e tij.

- **Perdorimi I formulave.** Perimetri I rrethit eshte me formulën $P = \pi * D \Rightarrow P = 2\pi r$. Nqs do ta gjejm vleren e π -se me makine llogaritese atehere ajo do te jete 3,14.

- **Per rezultate me te sakta riperseritni eksperimentin me rrathe te tjere dhe gjeni mesataren.**

